

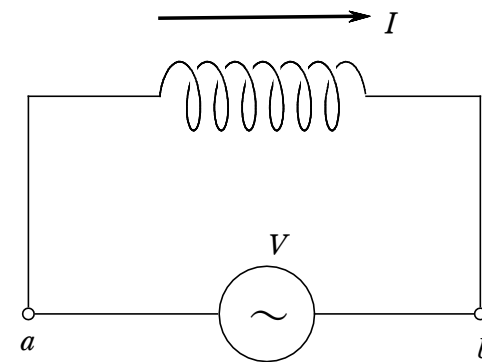
[問] 図のように、自己インダクタンス L のコイルにかかる電圧（ b に対する a の電位）を、

$$V = V_0 \sin \omega t$$

とする。ここで、 t は時刻、 V_0 は振幅、 ω は周波数である。

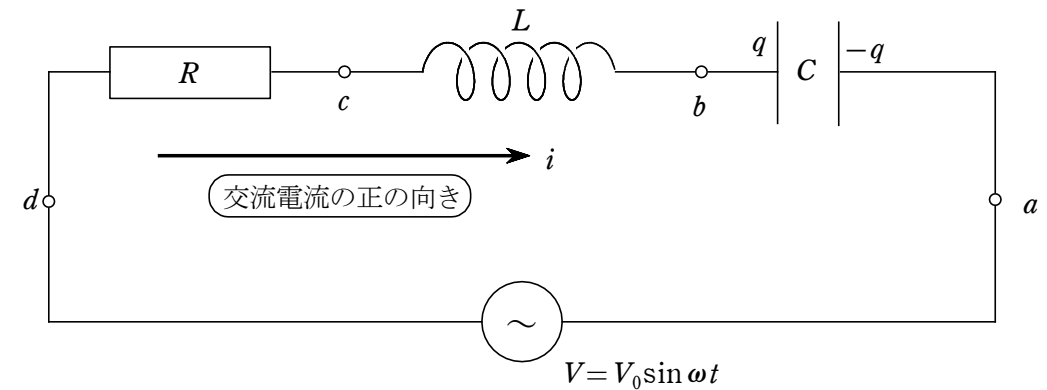
- (1) コイルに流れる電流の振幅はいくらか。
- (2) 時刻 t におけるコイルに流れる電流 I はいくらか。
- (3) V と I の時間変化を表すグラフを書け。

ヒント 振幅は「リアクタンス」、位相は「CIVIL」から求める。



第 1 4 講 共振回路

【RLC 直列共振回路】



上図のような交流回路に流れる電流を考えよう！
電源の電圧を、端子 a に対する d の電位として、

$$V_0 = V_0 \sin \omega t$$

とする。

電流の角周波数は電圧の角周波数 ω と同じと考えてよい。

Point

「コイル」と「コンデンサー」では、電流と電圧の位相が $\frac{\pi}{2}$ ずれていた



上図の回路でも、電流と電圧の位相はずれているはず!!!!

交流電流 i の振幅を I_0 とし、 V の位相 ωt に比べ i の位相が ϕ 遅れていると仮定して ..

$$i = I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

とおく。回路の端子間の電圧（電位差）は ...

◦ c に対する d の電位（抵抗部分） : $V_{cd} = \underline{\hspace{2cm}}$

◦ b に対する c の電位（コイル部分） : $V_{bc} = \underline{\hspace{2cm}}$

◦ a に対する b の電位（コンデンサー部分） : $V_{ab} = \underline{\hspace{2cm}}$

ここで、 q の単位時間当たりの増加分が i なので ...

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (\text{電流の定義})$$

が成り立つ。

図より、それぞれの端子間の電圧の合計が a に対する d の電位と等しいので、

$$V = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

が成り立つ。この方程式を満たすような I_0 と ϕ を求めれば交流電流が決定できる!!

< V_{bc} を求める>コイル部分

V_{bc} は、電流 i を時間微分して、

$$V_{bc} = L \frac{di}{dt} =$$

$$=$$

$$=$$

電流の位相 $\omega t - \phi$ は、コイルにかかる電圧の位相 _____ に比べ、

$\frac{\pi}{2}$ 遅れている。

Point

コイルの電圧の振幅は ...

リアクタンス $L\omega$ × 電流の振幅 I_0 になっている!!

< V_{ab} を求める>コンデンサー部分

V_{ab} は、 i を積分して q を求めて計算すると、

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ より、}$$

$$q = \int i dt =$$

$$=$$

よって、

$$V_{ab} = \frac{q}{C} =$$

$$=$$

電流の位相 $\omega t - \phi$ は、コンデンサーにかかる電圧の位相 _____ に

比べ $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる!!

Point

コンデンサーの電圧の振幅は ...

リアクタンス $\frac{1}{C\omega}$ × 電流の振幅 I_0 になっている!!

以上より、

$$V = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

$$V_0 \sin \omega t =$$

右辺は合成公式を使って ...

$$V_0 \sin \omega t =$$

ここで、

$$\tan \alpha =$$

※ 補足 (合成公式)

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha)$$

$$\text{ここで、} \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

この式が任意の時刻 t で成り立つので、

$$V_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \text{ より、}$$

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

また、 $-\phi + \alpha = 0$ より、

$$\tan \phi = \tan \alpha = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

となる。

この回路のインピーダンス Z は ...

$$Z = \frac{V_0}{I_0} = \underline{\hspace{2cm}}$$

インピーダンス Z

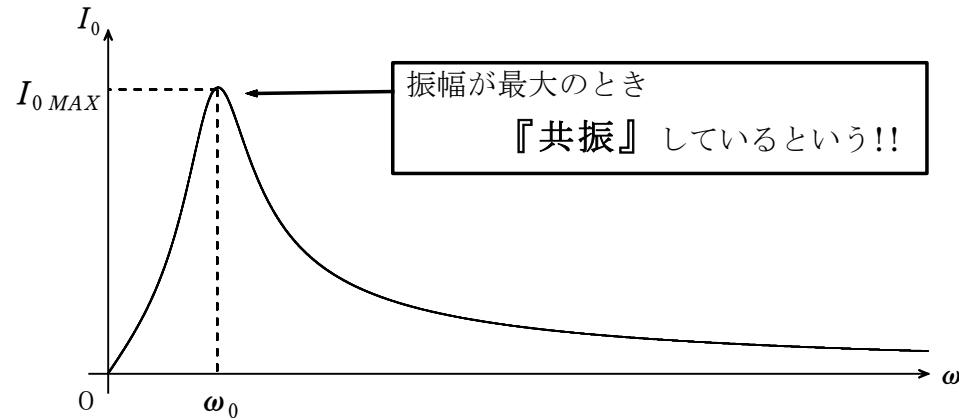
$$Z = \frac{\text{電圧の実効値}}{\text{電流の実効値}} \\ = \frac{\text{電圧の振幅}}{\text{電流の振幅}}$$

【RLC 直列回路の共振】

RLC 直列回路に流れる交流電流の振幅

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad \text{は、}\omega \text{ の関数である。}$$

横軸に ω をとり、電流の振幅をグラフに表すと 下図のようになる！



共振しているときの角周波数 ω_0 は、電流の振幅が最大になるときの角周波数なので、電流の振幅

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

の分母が最小になるときを考えると ...

$$L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0$$

よって、

$$\omega_0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

また、電流の振幅の最大値は ...

$$I_{0\text{ MAX}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

結論 **RLC 直列共振回路**

- ・インピーダンス : $Z = \frac{V_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$
- ・共振角周波数 : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

〔問〕 抵抗値が R の抵抗、電気容量が C のコンデンサー、自己インダクタンスが L のコイルを直列につなぎ、角周波数 ω の交流を流したとき、全体の合成インピーダンスはいくらか。また、電流と電圧の位相のずれ ϕ を、 $\tan \phi$ の値で表せ。

