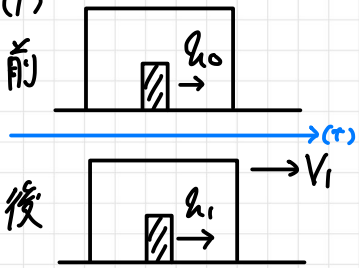
(1)



運動量保存則より

$$mv_0 = mv_1 + MV_1 \cdots ①$$

はね返り係数の式より

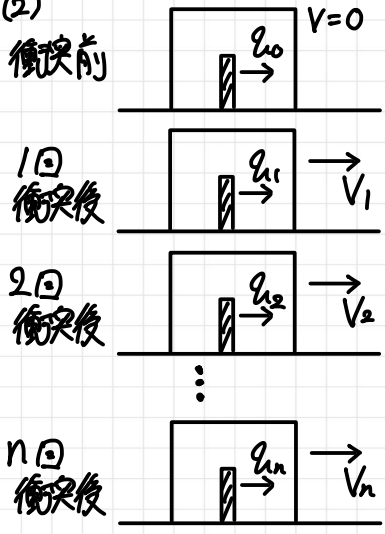
$$e = -\frac{v_1 - V_1}{v_0 - 0} \cdots ②$$

①②より

$$v_1 = \frac{m - eM}{m + M} v_0$$

$$V_1 = \frac{(1+e)m}{m+M} v_0$$

(2)



運動量はずっと保存するので

$$mv_0 = mv_n + MV_n \cdots ③$$

はね返り係数について

1回: $e = -\dfrac{v_1 - V_1}{v_0 - 0}$

2回: $e = -\dfrac{v_2 - V_2}{v_1 - V_1}$

⋮

n回: $e = -\dfrac{v_n - V_n}{v_{n-1} - V_{n-1}}$

⇓

$v_1 - V_1 = (-e) \cdot v_0$

$v_2 - V_2 = (-e)(v_1 - V_1)$

⋮

$v_n - V_n = (-e)(v_{n-1} - V_{n-1})$

よって $q_n - V_n$ は..

初項 $(-e)q_0$, 公比 $-e$ の

等比数列となる.

以上.

$$q_n - V_n = (-e)^n q_0 \quad \cdots ④$$

③+④×Mより

$$mq_n + MV_n = mq_0$$

$$+) \; Mq_n - MV_n = (-e)^n Mq_0$$

$$(m+M)q_n = \{m + (-e)^n M\} q_0$$

$$\therefore q_n = \frac{m + (-e)^n M}{m+M} q_0$$

③ − ④×mより

$$mq_n + MV_n = mq_0$$

$$-) \; mq_n - mV_n = (-e)^n mq_0$$

$$(m+M)V_n = \{1 - (-e)^n\} mq_0$$

$$\therefore V_n = \frac{\{1 - (-e)^n\} m}{m+M} q_0$$