

# 【万有引力と力学的エネルギー】万有引力の位置エネルギー

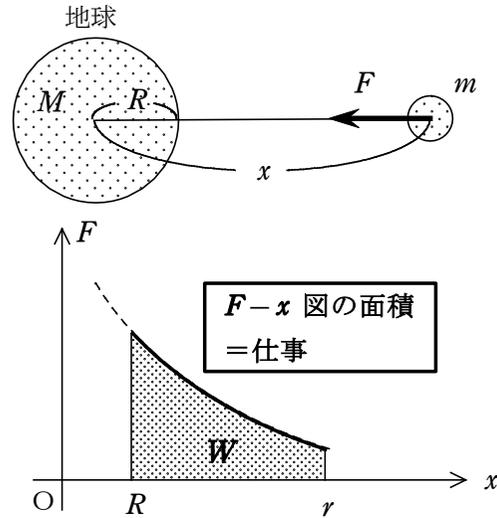
重力による位置エネルギーは、基準面からの高さ $h$ 、物体の質量を $m$  とすると

$$U = mgh$$

⇒ この式は地表付近でのみ成り立つ式!!!!

理由：地表から離れると『重力=万有引力』は一定ではなくなる!!

地球（質量 $M$ ）の中心からの距離を $x$ とすると、  
引力 $F = G \frac{Mm}{x^2}$ の表すグラフは右のようになる。



この力のもとで、  
物体を地表（ $x=R$ ）から半径 $r$ の点まで  
ゆっくり運ぶための仕事 $W$ は、この $F-x$  図  
の色をつけた部分の面積から求められる。

これが地表を基準としたときの  
引力による位置エネルギー。

基準面を無限遠にとるときは、右の $W$ の式で、  
 $R \rightarrow \infty$  とすればよい。

このとき $G \frac{Mm}{R} \rightarrow 0$ となるので、次の式が得られる。

$$W = \int_R^r G \frac{Mm}{x^2} dx$$

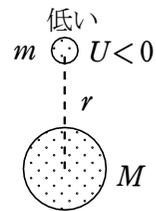
$$= G \frac{Mm}{R} - G \frac{Mm}{r}$$

## 『万有引力の位置エネルギー』

$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

※無限遠  
=無限に高いところ

無限遠  $U=0$  高い



無限遠に高いところを基準にすれば  
全ての点はそれより低いので、位置エネルギーは  
負の値になる!!

よって、地表から離れて運動するときの力学的エネルギー保存則は...

$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{Mm}{r} = \text{一定}$$

このことを利用して、第2宇宙速度 $v_2$ を求めてみよう。

**第2宇宙速度**... 地表から打ち上げたロケットが、地球の引力に打ち勝って無限のかなたまで  
行ってしまふ、その初速度の最小値のこと。

「第2宇宙速度=宇宙島流し速度」のようなイメージ!!

[問104] 第2宇宙速度を求めよ。

㊦ エネルギー保存を用いる。地球からの距離が無限になったとき、物体の速度が0以上ならよい。