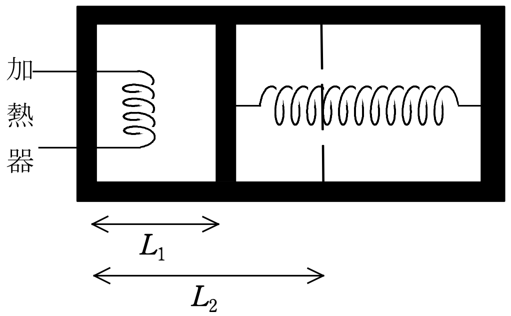
［問21］図のように、なめらかに動くことのできるピストン付の円筒状の容器が水平面上に置かれている。容器は断熱構造であるが、加熱器により熱を加えることができる。この容器では、自然の長さがこの円筒の長さに等しいばねの一端がピストンに取り付けられ、その他端は容器の右端に固定されている。ピストンの右側はつねに真空に保たれている。ピストンの断面積をS [m^2]、ばね定数をk [N/m]、



気体定数をR [J/mol・K]、絶対温度T [K] におけるこの理想気体１mol の内部エネルギーを$\frac{3}{2}nRT$ [J] とする。ピストンの厚み、加熱器の体積とその熱容量は無視できるものとして以下の問いに答えよ。

Ａ．ピストンの左側に１mol の理想気体を入れたところ、ばねはL_1 [m] だけ縮んだ。

(1) このときの理想気体の圧力はいくらか。

(2) 理想気体の絶対温度はいくらか。

Ｂ．次に、加熱器からこの理想気体にある量の熱を加えたところ、ばねの自然の長さからの縮みはL_2 [m] となった。

(3) このとき、理想気体がばねに対して仕事はいくらか。

(4) 理想気体の内部エネルギーの増加はいくらか。

(5) 加熱器から与えられた熱量はいくらか。

【ばねがある場合の$P-V$図】圧力Pと体積Vは比例する

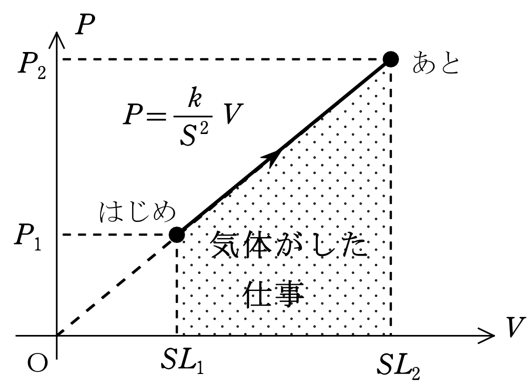
ばねの縮みがxであるときの気体の圧力をPとすると、

そのときのピストンに働く力のつり合いは、

$$PS = kx$$

また、気体の体積$V = Sx$なので、

$$P = \frac{k}{S^2}V$$



つまり、「気体の圧力P」と「体積V」は比例する！

気体がする仕事はグラフとV軸で囲まれる面積だとすれば、これは台形の面積なので計算してみると、

$$台形の面積 = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)(SL_2 - SL_1) = \frac{1}{2}k\left({L_2}^2 - {L_1}^2\right)$$

となる。